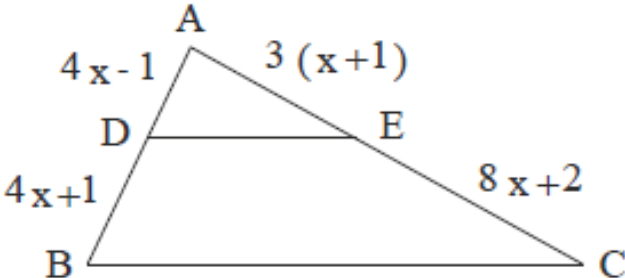
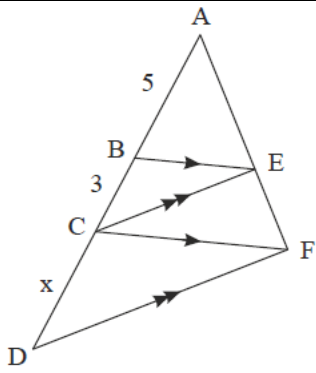


محل مهر و امضاء مدیر		نمره به عدد:	نمره به حروف:
		نام دبیر:	تاریخ و امضاء:
ردیف	سؤالات	نمره	پاسخ
۲	<p>دو نقطه‌ی $A(14, 3)$ و $B(10, -13)$ را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) فاصله‌ی مبدأ مختصات را از وسط پاره خط AB بدست آورید.</p> <p>ب) معادله‌ی عمود منصف پاره خط AB را بنویسید.</p>	۱	
۱	<p>مقدار m را طوری بدست آورید که معادله‌ی $(m-1)x^2 + (m-4)x - 3m = 0$ دارای دو ریشه‌ی حقیقی متمایز و قرینه باشد و سپس این ریشه‌ها را بدست آورید.</p>	۲	
۱	<p>معادله‌ی زیر را حل کنید.</p> $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$	۳	
۱	<p>معادله‌ی زیر را حل کنید.</p> $\frac{2x}{x^2-1} + \frac{2}{x+1} = \frac{2-x}{x^2-x}$	۴	
۱	<p>معادله‌ی رادیکالی زیر را حل کنید.</p> $\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x$	۵	
۲	<p>در شکل مقابل $DE \parallel BC$ است. مقدار x را بدست آورید.</p> 	۶	

در شکل زیر $BE \parallel CF$ و $CE \parallel DF$ می باشد. مقدار x را بدست آورید.

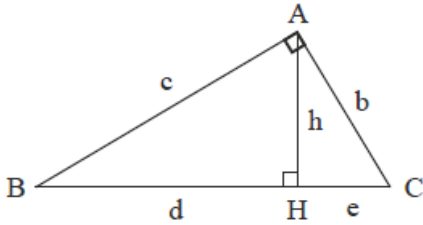


۲

۷

در مثلث قائم الزاویه‌ی روبرو مقادیر خواسته شده را بدست آورید.

$$d = 5, e = 3, b = ?, c = ?$$



۲

۸

ضابطه‌ی تابع معکوس $f(x) = x^2 + 3x^2 + 3x + 3$ را بدست آورید.

۲

۹

اگر تابع خطی f از نقاط $(2, -2), (-1, 4)$ بگذرد، ضابطه‌ی تابع وارون آن را بدست آورید.

۲

۱۰

اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = x^2 - 4$ باشد، ابتدا تابع $\frac{f}{g}$ و دامنه‌ی آن را بدست آورده و سپس مقدار $(g - 3f)(5)$ را

۲

۱۱

محاسبه کنید.

اگر $\sin \theta = \frac{3}{5}$ و انتهای زاویه θ در ربع دوم دایره‌ی مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta}$ را بدست آورید.

۲

۱۲

جمع بارم : ۲۰ نمره

محل مهر یا امضاء مدیر	راهنمای تصحیح	ردیف
	$xM = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{14 + 10}{2} \rightarrow xM = 12$ $yM = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{3 + (-13)}{2} \rightarrow yM = -5$ $\rightarrow M(12, -5)$ $OM = \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{144 + 25} \rightarrow \boxed{OM = 13}$ $m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3 - (-13)}{14 - 10} = \frac{16}{4} \rightarrow m_{AB} = 4$ $m' = \frac{-1}{m_{AB}} \rightarrow m' = -\frac{1}{4}$ $y - y_M = m'(x - x_M) \rightarrow y - (-5) = -\frac{1}{4}(x - 12)$ $\rightarrow y + 5 = -\frac{1}{4}x + 3 \rightarrow \boxed{y = -\frac{1}{4}x - 2}$	۱
	$a = m - 1, b = m - 4, c = -3m$ $\rightarrow \begin{cases} b = 0 \rightarrow m - 4 = 0 \rightarrow \boxed{m = 4} \\ \Delta > 0 \end{cases}$ $\rightarrow 3x^2 - 12 = 0 \rightarrow 3(x^2 - 4) = 0 \rightarrow (x - 2)(x + 2) = 0$ $\begin{cases} \nearrow x - 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 2} \\ \searrow x + 2 = 0 \rightarrow \boxed{x = -2} \end{cases}$	۲
	$\rightarrow x + \frac{1}{x} = u \rightarrow u^2 - 2u = 0 \rightarrow u(u - 2) = 0 \rightarrow u = 0, u = 2$ <p>معادله ریشه‌ی حقیقی ندارد.</p> $u = 0 \rightarrow x + \frac{1}{x} = 0 \rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 0 \rightarrow x^2 + 1 = 0 \rightarrow \Delta = 0^2 - 4(1)(1) = -4 < 0 \rightarrow$ $u = 2 \rightarrow x + \frac{1}{x} = 2 \rightarrow \frac{x^2 + 1}{x} = 2 \rightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \rightarrow (x - 1)^2 = 0 \rightarrow \boxed{x = 1}$	۳
	$\rightarrow \frac{2x}{(x-1)(x+1)} + \frac{2}{(x+1)} = \frac{2-x}{x(x-1)}$ $\rightarrow x(x-1)(x+1) \times \left[\frac{2x}{(x-1)(x+1)} + \frac{2}{(x+1)} = \frac{2-x}{x(x-1)} \right]$	۴

$\rightarrow 2x(x) + 2x(x-1) = (2-x)(x+1)$ $\rightarrow 2x^2 + 2x^2 - 2x = 2x + 2 - x^2 - x \rightarrow 4x^2 - 2x = -x^2 + x + 2$ $\rightarrow \Delta x^2 - 3x - 2 = 0 \rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4(\Delta)(-2) = 9 + 16 = 25$ $\rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{25}}{2(\Delta)} \rightarrow x = \frac{3 \pm 5}{2} \rightarrow \boxed{x = 1}$	
$\xrightarrow{x \geq 1} \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} = (1 + \sqrt{x})(1 - \sqrt{x}) \rightarrow (1 - \sqrt{x}) = (1 + \sqrt{x})^2 (1 - \sqrt{x})$ $\rightarrow (1 + \sqrt{x})^2 (1 - \sqrt{x}) - (1 - \sqrt{x}) = 0$ $1 - \sqrt{x} = 0 \rightarrow 1 = \sqrt{x} \rightarrow \boxed{x = 1} \text{ for } : \frac{1 - \sqrt{1}}{1 + \sqrt{1}} = 1 - 1$ $\rightarrow (1 - \sqrt{x})((1 + \sqrt{x})^2 - 1) = 0$ $(1 + \sqrt{x})^2 = 1 \rightarrow \sqrt{x} = 0 \rightarrow \boxed{x = 0} \text{ for } : \frac{1 - \sqrt{0}}{1 + \sqrt{0}} = 1 - 0$	۵
$DE \parallel BC \rightarrow \frac{AB}{DB} = \frac{AE}{AC} \rightarrow \frac{4x-1}{4x+1} = \frac{3x+3}{8x+2}$ $\rightarrow (4x-1)(8x+2) = (3x+3)(4x+1)$ $\rightarrow 32x^2 + 8x - 4x - 2 = 12x^2 + 3x + 12x + 3 \rightarrow 20x^2 - 15x - 5 = 0$ $\rightarrow \Delta(4x^2 - 3x - 1) = 0 \rightarrow 4x^2 - 3x - 1 = 0 \rightarrow (x-1)(4x+1) = 0$ $x-1=0 \rightarrow \boxed{x=1}$ $4x+1=0 \rightarrow x = \frac{-1}{4}$ <p style="text-align: right;">غیر قابل قبول زیرا $AD < 0$ و $DB = 0$ می شود.</p> $BE \parallel CF \rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{AB}{BC} \quad (1)$ $CE \parallel DF \rightarrow \frac{AE}{EF} = \frac{AC}{DC} \quad (2)$	۶
$(1), (2) \rightarrow \frac{AB}{BC} = \frac{AC}{DC} \rightarrow \frac{5}{3} = \frac{8}{x} \rightarrow \Delta x = 24 \rightarrow \boxed{x = \frac{24}{5}}$	۷
$AB^2 = BC \cdot BH \rightarrow c^2 = (d+e)d \rightarrow c^2 = (5+3) \times 5 \rightarrow c^2 = 40 \rightarrow \boxed{c = 2\sqrt{10}}$ $AC^2 = BC \cdot CH \rightarrow b^2 = (d+e)e \rightarrow b^2 = (5+3) \times 3 \rightarrow b^2 = 24 \rightarrow \boxed{b = 2\sqrt{6}}$	۸
$f(x) = x^2 + 3x^2 + 3x + 1 + 2 \rightarrow y = (x+1)^2 + 2 \rightarrow y - 2 = (x+1)^2$ $\rightarrow \sqrt{y-2} = x+1 \rightarrow x = \sqrt{y-2} - 1 \rightarrow f^{-1}(y) = \sqrt{y-2} - 1$ $\rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} - 1}$	۹
<p style="text-align: right;">روش اول:</p> $(2, -2), (-1, 4) \rightarrow a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-2)}{-1 - 2} = \frac{6}{-3} = -2$ $\rightarrow y = -2x + b \xrightarrow{(2, -2)} -2 = -2(2) + b \rightarrow b = 2 \rightarrow \boxed{f(x) = -2x + 2}$	۱۰

$$\rightarrow y = -2x + 2 \rightarrow 2x = -y + 2 \rightarrow x = \frac{-y + 2}{2} \rightarrow f^{-1}(y) = -\frac{y}{2} + 1$$

$$\rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = -\frac{x}{2} + 1}$$

روش دوم:

$$(2, -2), (-1, 4) \in f \rightarrow (-2, 2), (4, -1) \in f^{-1}$$

$$\rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - (-1)}{-2 - 4} = \frac{3}{-6} = -\frac{1}{2} \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + b$$

$$\xrightarrow{(-2, 2)} 2 = -\frac{1}{2}(-2) + b \rightarrow 2 = 1 + b \rightarrow b = 1 \rightarrow \boxed{f^{-1}(x) = -\frac{1}{2}x + 1}$$

$$f(x) = \sqrt{x-1} \rightarrow x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1 \rightarrow Df = [1, +\infty)$$

$$g(x) = x^2 - 4 \rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} = ([1, +\infty) \cap \mathbb{R}) - \{x \mid x^2 - 4 = 0\}$$

$$\rightarrow Df_g = [1, +\infty) - \{-2, 2\} \rightarrow \boxed{Df_g = [1, 2) \cup (2, +\infty)}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - 4} \rightarrow \boxed{\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2 - 4}}$$

$$g(\Delta) = \Delta^2 - 4 \rightarrow g(\Delta) = 21$$

$$f(\Delta) = \sqrt{\Delta-1} \rightarrow f(\Delta) = 2$$

$$(g - 3f)(\Delta) = g(\Delta) - 3f(\Delta) = 21 - 3(2) \rightarrow \boxed{(g - 3f)(\Delta) = 15}$$

۱۱

$$\cos^2 \theta = 1 - \sin^2 \theta = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{9}{25} \rightarrow \cos^2 \theta = \frac{16}{25} \rightarrow \boxed{\cos \theta = -\frac{4}{5}}$$

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}} \rightarrow \boxed{\tan \theta = -\frac{3}{4}}$$

$$\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{1 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2}{1 - \left(-\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{1 + \frac{9}{16}}{1 - \frac{9}{16}} = \frac{\frac{16}{16} + \frac{9}{16}}{\frac{16}{16} - \frac{9}{16}} = \frac{\frac{25}{16}}{\frac{7}{16}} \rightarrow \boxed{\frac{1 + \tan^2 \theta}{1 - \tan^2 \theta} = \frac{25}{7}}$$

۱۲

امضاء:

نام و نام خانوادگی مصحح:

جمع بارم: ۲۰ نمره